Pearson y Likert. ¿Una buena relación?

Pese a su título, en el fondo, esta presentación contiene una propuesta sobre la medición de la variación, uno de los aspectos más controvertidos en los estudios empíricos sobre la diversidad, puesto que son innumerables las fórmulas que se han propuesto para dar cuenta de ella.

Aunque todos mis predecesores hayan hablado de coeficientes de correlación, yo no me voy a referir a ellos, sino a otro coeficiente también con el nombre de Pearson, el estadístico londinense que, recogiendo los trabajos de Galton, pusiera los cimientos clásicos de lo que es la Estadística moderna. En concreto me voy a referir al coeficiente de variación como medida de variación relativa.

En su parte contraria voy a poner al psicólogo norteamericano que en 1932 (cuatro años antes de la muerte de Pearson) propuso en un artículo de los Archives of Psychology un innovador pero influyente método para la medición de actitudes, que se ha venido conociendo hasta la fecha con el nombre de escala de Likert. Es una escala aditiva que se obtiene mediante la suma de las puntuaciones que los sujetos dan al grado de acuerdo con una serie de afirmaciones. Cada una de estas opiniones se le conoce como un item y se le asigna arbitrariamente una puntuación en un rango constante que puede ser de 1 a 4 hasta de 1 a 11. Y lo que les quiero contar, si el tiempo y mi capacidad lo permiten, es cómo a este tipo de puntuaciones, tan utilizadas en cuestionarios y test, se les adecua muy mal el famoso coeficiente de variación de Pearson, por lo que propongo otro que tiene la virtualidad de ser insensible a las transformaciones lineales de las variables.

Antes de proseguir, sería conveniente precisar unas notas conceptuales en el estudio de la diversidad. Para ello es importante distinguir tres conceptos que, aunque similares para un profano, son tres aproximaciones distintas de la diversidad. Estas tres dimensiones son la desviación, la desigualdad y la polarización.

Por desviación debe entenderse lo que los sujetos se alejan de un determinado punto de referencia, el más común del cual es la media aritmética. Quiere ello decir que existe un patrón con el que se comparan todos los sujetos y la medida de desviación será tanto mayor cuanto los individuos estén más alejados de la referencia elegida. En el concepto de desigualdad no hay un único punto de comparación, sino que cada sujeto ha de compararse con el resto de individuos de su población. Por último estaría el concepto de polarización (o su contrapuesto el de concentración) que indica hasta qué punto los valores de las variables están cerca o lejos no de una sola referencia, ni de todos los valores, sino de dos puntos que son los extremos de la distribución.

Es evidente que estas tres concepciones de la diversidad están estrechamente relacionadas entres sí y que los distintos estadísticos que existen para medirlas están condicionados de modo que a un aumento de una medida de la desviación suele corresponderle un aumento en la medida de la desigualdad por lo que no es infrecuente en muchas ocasiones utilizar estadísticos de una índole para dar cuenta de lo expresado de mejor modo por otro tipo de estadístico.

En este artículo se propone una familia de estadísticos que encaran el tema de la diversidad social desde el punto de vista de la polarización abarcando no sólo a medidas de desviación, sino también a medidas de desigualdad.

Una de las medidas más utilizadas en análisis complejos de la estadística es la varianza, que es el promedio de las desviaciones al cuadrado de los valores de una variable con relación a la media. Para ver la especificidad de este estadístico, imagínese un banquete de pollos con cuatro comensales y supóngase que por término medio se ingiere un pollo. Además de la situación igualitaria de que cada cual se coma su pollo —y en el supuesto de que los pollos sean introceables— podría ocurrir cuatro formulas de desigualdad alimenticia: a) que una sola persona se quede sin pollo, por lo que otra se comería dos; que dos personas se queden en ayunas, en cuyo caso cabría dos subsituaciones: b) que las otras dos personas se coman a medias los cuatro pollos, c) que la tercera tomara el pollo medio y la cuarta se comiera lo que no quisieron o pudieron las dos primeras, es decir, tres; y d) que tres personas queden sin nada y el (afortunado) otro se quede con las cuatro piezas.

La situación igualitaria (todos se comen su pollo) arroja una varianza nula: todo el mundo se mantiene en el punto medio; no hay variación. En la situación a) hay dos personas que se desvían una unidad de la media. Como en conjunto hay cuatro personas en nuestro análisis el promedio de la desviación es medio pollo. En b) la varianza toma el valor unidad porque los cuatros sujetos se desvían de la media una unidad. Las dos últimas situaciones son peculiares de la varianza: En la penúltima, un sujeto come dos pollos por encima de la media, por ello al promediar su desviación, en lugar de dos, cuenta como cuatro y de esta forma el conjunto de la varianza es uno con cinco (seis entre 4). En la última el sujeto que se come los cuatro pollos contribuye al sumatorio de la varianza con tres al cuadrado (nueve) y de esta forma el resultado del cálculo de este estadístico es 3, es decir, el doble del anterior.

Tabla1.- Distribución de cuatro unidades

	Igualdad	Desigualdad			
		a	b	c	d
Persona W	1	2	2	3	4
Persona X	1	1	2	1	0
Persona Y	1	1	0	0	0
Persona Z	1	0	0	0	0
Media	1	1	1	1	1
Varianza	0	0,5	1	1,5	3
Desv. típica	0	0,7	1,0	1,2	1,7
Desv. media	0	0,5	1	1	1,5
Coef. Variac.	0	0,7	1,0	1,2	1,7

Dos características saltan a la vista a partir de este ejemplo: en primer lugar, que la varianza aumenta considerablemente cuando en una variable se encuentran valores muy alejados de la media (el caso de aquél que se quedó con las cuatro aves) y, en segundo lugar, que las unidades en la que está expresada esta magnitud son unidades cuadradas de los valores originales de la variable. En este caso, enunciar que existe una varianza de 3 quiere decir que por termino medio los comensales se desvían de la media 3 pollos al cuadrado. Por esta razón, resulta de interés reducir nuestro estadístico a unidades reales, no cuadráticas, para lo que se emplea la desviación típica, que se obtiene con la mera raíz cuadrada de la varianza. De esta forma, los 3 pollos al cuadrado quedan reducidos a 1,7 pollos mondos, redondos —no cuadrados— y lirondos.

En este contexto resulta útil recordar brevemente y sin demostraciones las propiedades matemáticas de la varianza:

1) La varianza es siempre un número mayor o igual que 0.

2) La varianza puede obtenerse mediante la sustracción de los cuadrados de la media cuadrática y la media aritmética.

3) La varianza de una constante es nula.

4) Si a una variable se le añade una constante, la nueva variable tendrá la misma varianza.

5) Al multiplicar una variable por una constante, la nueva variable tendrá una varianza C^2 veces superior.

6) La varianza de una suma de dos variables es igual a la suma de las varianzas respectivas más dos veces su covarianza.

Desventajas de la varianza —que no quedan resueltas con la desviación típica— son su carácter de magnitud absoluta y que esté medida en unidades cuadráticas de los valores sobre los que se calcula. Este último inconveniente tiene solución es fácil con la obtención de la desviación típica pues ésta proporciona la devolución de las unidades a los valores que la varianza tenía inicialmente. No obstante, siguen existiendo dos problemas: primero, resulta difícil precisar si la variable está bien o mal distribuida o, dicho de otra manera, se carece de elementos de comparación para evaluar el grado en el que se dispersan las variables en estudio —¿es mucho que la desviación típica de la variable "pollos comidos" sea igual a 3?—; segundo, resulta imposible poder comparar la dispersión entre dos variables medidas en magnitudes distintas —si además de estudiar la comida, se estudiara la bebida y ésta tuviese una desviación de 10, ¿se podría afirmar que esta segunda variable está más dispersa que la primera?

Este problema se solventa con las medidas relativas —o normalizadas según Weisberg— de variación. Son medidas relativas aquellas que carecen de unidades de medición. Entre ellas, las más conocidas son, sin duda, los porcentajes y las proporciones. Ambas se obtienen con un cociente de cantidades similares y, por ello, quedan desprovistas de unidades. Si se dividen personas entre personas, el resultado no son personas; sino una proporción comparable a aquella resultante a la de dividir pesetas entre pesetas; en cambio, inicialmente no son comparables personas con pesetas. Recuérdese que al realizar un cociente entre magnitudes distintas debemos mencionar ambas; en cambio, si dividimos magnitudes iguales, el resultado es una medida relativa. Ejemplos claro son la velocidad: al dividir kilómetros recorridos en un viaje por las horas que se tarda, se obtiene una medida que son Kms/hora; al dividir alumnos en una facultad por profesores, se obtiene alumnos/profesor; pero si dividimos votantes al PSOE entre el total de votantes, la cantidad obtenida carece de magnitud.

En casi todos los libros de Estadística aparece una medida relativa de varianza llamada coeficiente de variación de Pearson, que se obtiene mediante el cociente entre la desviación típica y la media. Véase un ejemplo de su aplicación. Ante la pregunta de qué presenta mayor variación en una población: la edad o el número de hijos, el problema es que ambas variables están medidas con distintas escalas. Las unidades de la primera son años, las de la segunda personas. Tanto las medias como las varianzas —y claramente también las desviaciones típicas— serían incomparables. Pero si se calculan los coeficientes de variación las magnitudes resultantes podrían compararse. Véase un ejemplo de una ciudad española, Madrid. La edad media de los habitantes de este municipio es de 38,2; la varianza es de 487.6 años al cuadrado, la desviación típica es 22,1 —podría decirse algo así como que la desviación promedio por habitante en Madrid es de 22 años. En relación con el número de hijos: las madrileñas de más de quince años tienen por término medio 1,5 hijos. La desviación típica es de 1,7 hijos. En comparación con la edad parece bastante menor; sin embargo, al utilizar el coeficiente de variación se puede observar lo que es lógico: la edad presenta una dispersión menor que el número de hijos. El coeficiente de variación de la primera es del 58%, mientras el del segundo es del 116%. Ambos números revelan la mayor dispersión de la variable número de hijos; pero el resultado de la segunda —116%— da que

Tabla 2.- Edad e Hijos en dos municipios españoles

	MUNICIPIO									
	Madrid					Salamanca				
	N	Media	Desv. t	C.V.	CVa	N	Media	Desv. t	C.V.	CVa
EDAD	3.113.818	38,2	22,1	58%	46%	162.737	37,2	22,6	61%	47%
HIJOS	1.385.577	1,5	1,7	116%	56%	70.917	1,7	1,9	114%	59%

pensar en los límites de este coeficiente de variación. En Salamanca- se observa con los estadísticos de promedio que la población es algo más joven y que las mujeres tienen más hijos por termino. También pueden compararse las medidas de dispersión absoluta y relativa entre las dos ciudades. Se detecta que en la edad tanto la desviación típica como el coeficiente de variación son menores en la ciudad de Madrid —habrá menos niños y menos viejos. Sin embargo, en el número de hijos la medida absoluta da mayor dispersión a Salamanca y la medida relativa a Madrid. Es preferible ésta última.

Véanse ahora algunas de las propiedades de este coeficiente de variación, incluyendo también aquéllas que se consideran negativas en este contexto:

1) Siempre que una variable sea constante, el valor que adopta es 0.

2) Puede adoptar valores negativos, en el caso de que la media sea negativa.

3) Cuando los valores de la media son próximos a 0, el coeficiente de variación tiene valores extraordinariamente altos, dándose el caso de ser infinito, en la circunstancia en que la media sea igual a 0.

4) Al sumar a la variable una constante C, el coeficiente de variación sufre una disminución.

5) Al multiplicar la variable por una constante M, el coeficiente de variación no se ve alterado.

6) El valor máximo que puede adquirir el coeficiente de variación en una variable positiva (es decir, sin valores negativos) es $\sqrt{n-1}$.

Por estas características, es conveniente no utilizar el coeficiente de variación cuando la variable tiene valores negativos o cuando la media es próxima a cero. En realidad, este coeficiente tiene como supuesto de uso el que la variable de trabajo se encuentre semiacotada en el límite inferior (con el valor 0), en cuyo caso la situación de mayor variación sería aquella en la que todos los sujetos menos 1 tienen el valor 0 y el sujeto restante tiene el valor $n \times \bar{x}$. Volviendo al ejemplo del pollo, en la situación de que sólo una persona se coma los cuatro pollos y las otras tres se queden en ayunas, la desviación típica es $\sqrt{3}$ y el coeficiente de variación también es igual a $\sqrt{3}$, que traducido a términos porcentuales arroja un valor del 173%.

Una primera medida que se puede adoptar para evitar que este cociente deje de tener el inconveniente de presentar unas cotas distintas según la distribución sería la de dividirlo por $\sqrt{n-1}$, que es su valor máximo. De esta manera, el valor anterior del 173% de variación se convertiría en el 100%, que indicaría que esta distribución tendría la mayor varianza posible. Así, pues, el coeficiente de variación ajustado presentaría la siguiente fórmula:

$$CV_{aj} = \frac{s}{\bar{x}\sqrt{n-1}} \qquad (1.)$$

Aun con todo, adolece esta medida de un supuesto muy débil, sobre todo, cuando el n es alto y es suponer que el valor que puede adoptar una variable es ilimitado. Pongo un claro ejemplo, por si no me he explicado bien: en una encuesta con 1000 sujetos, con una edad media de 35 años y una desviación típica de 20 años; para el cálculo del coeficiente de variación máximo estaríamos suponiendo que habría 999 sujetos de 0 años y un sujeto con 999×35 años, es decir, 3465. Ni el mítico y bíblico Matusalén cumpliría tantos años.

Otra medida de variación relativa sería resultado de la división de la desviación típica entre la máxima posible con la condición de que la variable esté acotada por ambos lados, o dicho de otra forma, en el supuesto de que se conociera el rango de la distribución, en cuyo caso la situación más desfavorable sería aquella en la que el cincuenta por ciento de los casos tuviera el valor mínimo de la distribución y el otro cincuenta por ciento el valor máximo. Pensemos que nadie pueda comer más de dos pollos; en este caso el rango sería de 2 y la situación de varianza máxima aquélla en la que (si hay cuatro personas) dos comen dos pollos y otras dos personas se quedan sin probar bocado. (Weisberg; 53). La media en estos casos sería:

$$\overline{X} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2} \qquad (2.)$$

Y la varianza correspondiente a la máxima polarización se ajustaría a la siguiente expresión:

$$Var_{max} = \frac{(X_{max} - X_{min})^2}{4} \quad (3.)$$

Sin embargo, este cálculo de la desviación máxima adolece de un defecto: siempre supone la media constante, aun cuando en la distribución se presente una media distinta del punto equidistante entre los valores máximos y mínimos.

Por ello, también la medida recién mencionada tiende a sobrevalorar la varianza máxima de las distribuciones. La propuesta de este artículo es la de una varianza máxima que calculándose sobre valores acotados tenga en cuenta como dato la media de la muestra, es decir, estoy abogando por un coeficiente que reúna las dos características deseables de las anteriores medidas.

Ante una variable acotada con más de dos valores, la situación de mayor variación correspondería a aquella en la que sólo hubiera precisamente dos valores coincidiendo con los extremos.

Sabiendo que esta variable tiene una media $\overline{X}$, puede deducirse fácilmente las proporciones de los casos de los valores mínimo y máximo:

$$\left.\begin{array}{c} p_{\min} + p_{\max} = 1 \\ \overline{X} = p_{\min} X_{\min} + p_{\max} X_{\max} \end{array}\right\} \quad (4.)$$

Y con las proporciones y los valores conocidos ya puede calcularse la varianza máxima:

$$Var_{\max} = (X_{\max} - \overline{X})^2 p_{\max} + (X_{\min} - \overline{X})^2 p_{\min} \quad (5.)$$

Fórmula que, empleando el álgebra básica, puede simplificarse del siguiente modo:

$$Var_{max} = (X_{max} - \overline{X})(\overline{X} - X_{min}) \quad (6.)$$

Tras estas desarrollo matemático, valga a continuación un ejemplo simple que exponga con variables sociológicas el significado aplicado de esta medida. Saquemos a colación la identificación ideológica medida en una escala del 1 al 7. En este caso, si la media de la muestra fuera 4, la situación de mayor polarización (varianza máxima) sería aquella en la que la mitad de los entrevistados contestaran con un 1 (extrema izquierda) y la otra mitad con un 7 (extrema derecha).

Tabla 3.- Comparación de las varianzas máximas

Media=4	x_i	f_i	x_if_i	$(x_i-\mu)^2f_i$
Ext. Izquierda.	1	0,50	0,50	4,5
Ext. Derecha	7	0,50	3,50	4,5
		μ=	4,00	s²= 9,00
Var. max. (W)	9			
Var. max.	**9**			

Media=3	x_i	f_i	x_if_i	$(x_i-\mu)^2f_i$
Ext. Izquierda.	1	0,67	0,67	2,667
Ext. Derecha	7	0,33	2,33	5,333
		μ=	3,00	s²= 8,00
Var. max. (W)	9			
Var. max.	**8**			

De forma gráfica, se apreciaría viendo que todos se desvían en términos absolutos tres puntos de la media, que elevados al cuadrado dan el resultado de 9. Ahora bien, si la media fuese de 3, en lugar de 4, dos tercios de la población estarían en el lado 1 de la ideología y sólo un tercio en el lado 7 de la escala. En el primer caso la varianza máxima no es 9, sino (7-3)(3-1)=8, esto es, se reduce la posible variación de la distribución.

Conocida la varianza máxima, es fácil obtener también la máxima desviación típica, obteniendo la raíz cuadrada de la primera. A partir de aquí puede calcularse un par de medidas interrelacionadas: Una proporción de varianza acotada, que sea el cociente entre la varianza empírica y la máxima condicionada a la media empírica y un coeficiente de variación acotado, que sea la razón entre las respectivas desviaciones típicas. Sus fórmulas simbólicas serían las siguientes:

$$PV_a = \frac{s^2}{(\overline{X} - X_{\min})(X_{\max} - \overline{X})} \tag{7.}$$

$$CV_a = \frac{s}{\sqrt{(\overline{X} - X_{\min})(X_{\max} - \overline{X})}} = \sqrt{PV_a}$$

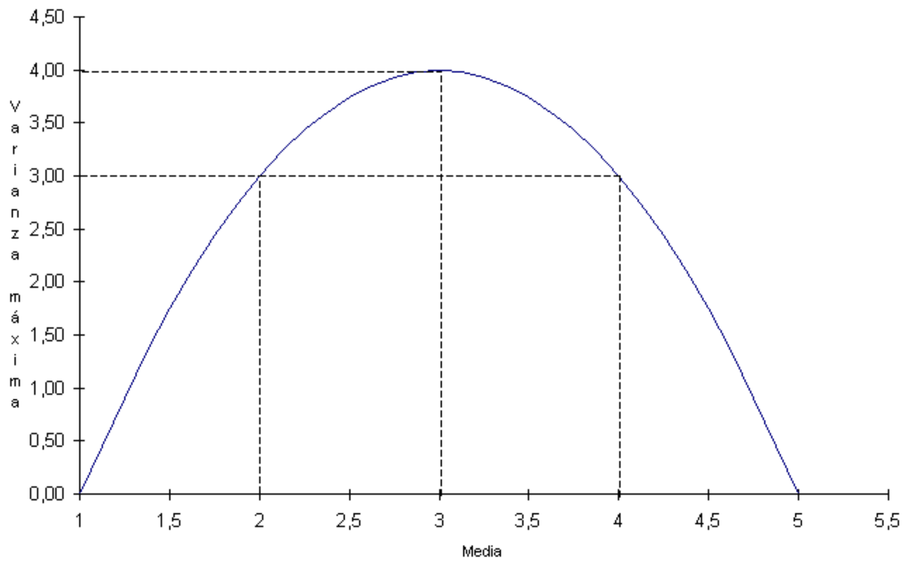
Ambas medidas presentan la deseable característica de poseer un rango entre 0 y 1. El valor mínimo se encuentra en 0 cuando la variable tiene una varianza de 0 y el valor máximo en 1 cuando la variable sólo presenta dos valores y éstos coinciden con los extremos de la distribución. Además, pueden obtenerse la una a partir de la otra como fácilmente puede comprobarse en la última fórmula.

Una interesante aplicación de estas medidas, especialmente la segunda por presentar generalmente valores mayores es la comparación de la variabilidad entre medidas con escalas distintas, al igual que ocurría con el coeficiente de variación. Retomando el ejemplo de la edad y los hijos en Madrid. Con el CV se comparaba una variación del 204% en el caso de los hijos, frente a una del 57% para la edad. Si se utiliza el coeficiente de variación acotado[1]

[1]Como límites inferiores en ambas variables se utiliza el 0; como límite superior el 8 en el caso del número de hijos, el 98 en el caso de la edad.

los porcentajes respectivos serían del 62% y 46%. Es evidente que estas dos últimas cantidades responden mejor a la idea común de porcentaje.

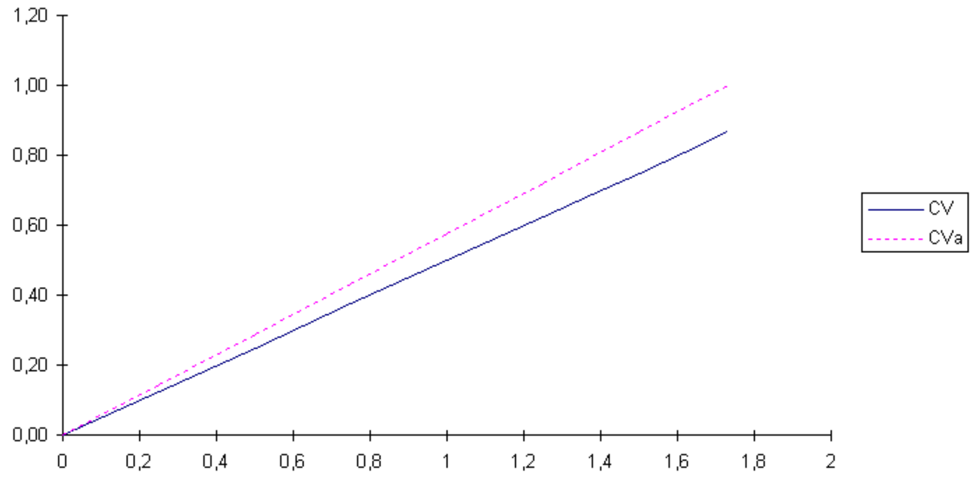
Gráfico 1.- Evolución de la varianza máxima



Además, poseen como interesante característica el hecho de que una transformación lineal de la variable no altera este coeficiente, propiedad que no cumplen el resto de medidas de dispersión aplicables a variables numéricas. Quiere ello decir que si se suma o se multiplica a una determinada variable por una constante, el coeficiente obtenido con la variable transformada debe ser idéntico al calculado con la variable inicial. Ello no ocurre con la desviación típica (o varianza), pues se ve alterada al multiplicar la distribución por una constante, ni con el coeficiente de variación, que sufre modificación al añadirle una determinada constante. Esta propiedad es especialmente interesante en el campo de las ciencias sociales donde la inmensa mayoría de las escalas son arbitrarias -¿por qué medimos la ideología de 1 a 10 y no de 0 a 20, por ejemplo?-, por lo que necesitamos medidas que resistan las decisiones sobre los valores de la escala. El caso más claro sería el de las escalas de Likert —normalmente medidas de 1 a 5— en las que es frecuente invertir los items utilizando la fórmula x’=6 - x. Si se utiliza el coeficiente de variación, el resultado es distinto según utilicemos un invertido o no.

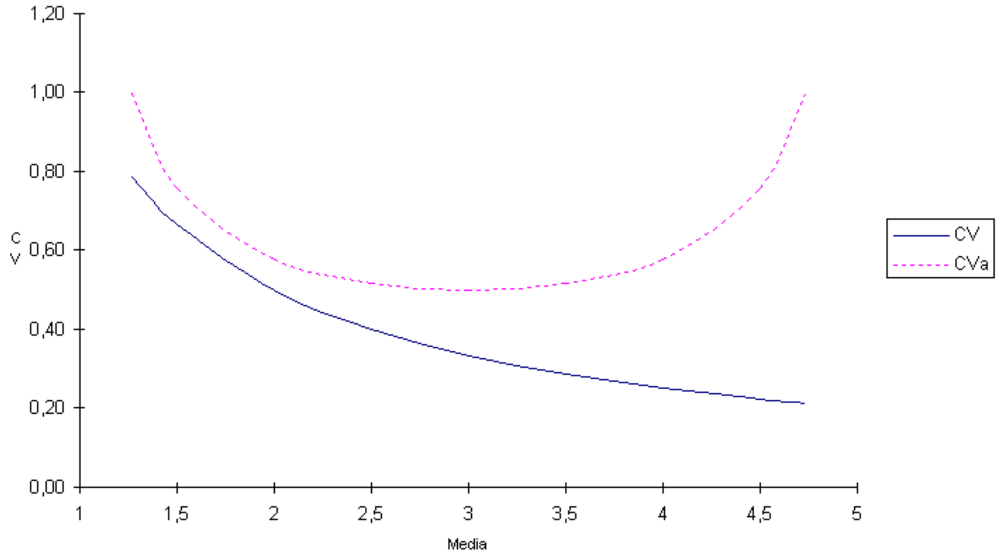
La variabilidad de este índice puede mostrarse gráficamente de modo simple en el contexto de las escalas de Likert de 5 puntos, medidas que no son difíciles de hallar en los buenos cuestionarios. En primer lugar, detengámosnos en el denominador de la proporción de varianza, esto es, en la varianza máxima. Esta tiene una función parabólica invertida en relación con la media de la variable. Es lógico que si en una escala de 1 a 5, el valor medio es 1, la varianza máxima va a ser 0, porque al no haber valores inferiores a ese número sólo puede haber unos en la distribución y, por tanto, la varianza máxima posible será 0. De la misma forma, si el valor medio de la distribución es el 5, por no poder haber valores superiores, su varianza máxima tendrá valor 0. La varianza máxima de la distribución puede alcanzarse con la media de 3, pues en ese caso el 50% de los sujetos tendrán el valor mínimo (1) y el otro 50% el valor máximo (5), lo que da como resultado una varianza de 4. Con medias intermedias, la varianza máxima no puede ser ni inferior a 0 ni superior a 4; como puede ser el ejemplo de que haya en una muestra una media de 2, en cuya situación la varianza máxima se alcanzaría si sólo hubiera un 75% de 1 y un 25% de 5 (es la única combinación de 1 y 5 que da una media de 2), lo que da un resultado de 3. En simétrica posición nos econtraríamos si la media fuese de 4; también en este caso la varianza media tendría el valor 3.

Gráfico 2.- Evolución de los CV en función de la varianza (Media=2)



Los gráficos 2 y 3 nos enseñan unas curiosas propiedades del coeficiente de variación acotada frente al clásico coeficiente de variación de Pearson en una escala de cinco puntos. Es evidente que con medias similares, los coeficientes muestran unas pautas similares; pero suele ser un poco más alto el acotado. Sin embargo, la principal diferencia estriba en cuanto hay variación de medias. En el gráfico 3 se ve que el coeficiente acotado tiene una oscilación menor y simétrica en relación con la media; mientras el coeficiente de Pearson presenta un rango mayor y decreciente a medida que aumenta la media.

Grafico 3.- Evolución de los CV en función de la media (Varianza=1)



Para una mejor comprensión interpretativa de estos estadísticos, se presentan 8 hipotéticas distribuciones de la ideología con sus correspondientes medias, desviaciones típicas y porcentajes de desviación empírica. En los dos primeros lugares, tendríamos la situación en la que todos los sujetos de nuestro estudio tuviesen la misma ideología (4 en la distribución A y 3 en la distribución B), en ambos casos la varianza sería 0 y por tanto, aunque la desviación máxima -es decir, el denominador de la última fórmula, fuese de 9 u 8, el PV_a seguirá siendo de 0. Ahora bien, si la media de la variable es 4 y los sujetos están ubicados -sólo y necesariamente- a partes iguales en la extrema izquierda y en la extrema derecha; entonces la varianza es máxima y, por tanto, nuestro coeficiente es del 100%. Una segunda situación que debiera arrojar la misma cantidad de prcentaje de desviación empírica sería aquella en la que no siendo la media igual a 4, sólo existen valores extremos (Distribución D). En tal caso también el porcentaje de variación es del 100%: todos lo sujetos están en los extremos de la distribución.

Situaciones menos extremas se presentan en las cuatro siguientes distribuciones: En la E y en la F, hemos generado sendas tablas en las que se han situado el 50% de los sujetos en la media y otros tantos —repartidos en partes iguales— en los valores extremos. En esos casos, el porcentaje de variación es del 50%. En cambio, si además de los casos extremos, existen valores intermedios, este nuevo coeficiente disminuirá en proporción siempre inferior al número de sujetos que no tengan valores extremos. Comparándola con la distribución E en la distribución G se contempla cómo habiendo salido de los extremos un 38% de casos, el coeficiente sólo disminuye 21 puntos porcentuales y del mismo modo la distribución H tiene un 30% de variación y sin embargo sólo un 50% de los casos están ubicados en la media y un 18% tienen valores extremos.

Tabla 4.- Distribuciones simuladas de ideología

Distribución A	x_i	f_i	x_if_i	$(x_i-\mu)^2f_i$
Centro	4	1,00	4,00	0
			μ= 4,00	s^2= 0,00

PV_a= 0% PH_a=

CV_a= 0%

Distribución B	x_i	f_i	x_if_i	$(x_i-\mu)^2f_i$
Cent.-izquierda	3	1,00	3,00	0,00
			μ= 3,00	s^2= 0,00

PV_a= 0%

CV_a= 0%

Distribución C	x_i	f_i	x_if_i	$(x_i-\mu)^2f_i$
Ext. Izquierda.	1	0,50	0,50	4,5
Ext. Derecha	7	0,50	3,50	4,5
			μ= 4,00	s^2= 9,00

PV_a= 100%

CV_a= 100%

Distribución D	x_i	f_i	x_if_i	$(x_i-\mu)^2f_i$
Ext. Izquierda.	1	0,67	0,67	2,67
Ext. Derecha	7	0,33	2,33	5,33
			μ= 3,00	s^2= 8,00

PV_a= 100%

CV_a= 100%

Distribución E	x_i	f_i	x_if_i	$(x_i-\mu)^2f_i$
Ext. Izquierda.	1	0,25	0,25	2,25
Centro	4	0,50	2,00	0
Ext. Derecha	7	0,25	1,75	2,25
			μ= 4,00	s^2= 4,50

PV_a= 50%

CV_a= 71%

Distribución F	x_i	f_i	x_if_i	$(x_i-\mu)^2f_i$
Ext. Izquierda.	1	0,33	0,33	1,33
Cent.-izquierda	3	0,50	1,50	0,00
Ext. Derecha	7	0,17	1,17	2,67
			μ= 3,00	s^2= 4,00

PV_a= 50%

CV_a= 71%

Distribución G	x_i	f_i	x_if_i	$(x_i-\mu)^2f_i$
Ext. Izquierda.	1	0,02	0,02	0,22
Cent.-izquierda	2	0,23	0,45	0,90
Centro	4	0,50	2,00	0,00
Cent.-derecha	6	0,23	1,35	0,90
Ext. Derecha	7	0,02	0,17	0,22
			μ= 4,00	s^2= 2,25

PV_a= 25%

CV_a= 50%

Distribución H	x_i	f_i	x_if_i	$(x_i-\mu)^2f_i$
Ext. Izquierda.	1	0,06	0,06	0,24
Izquierda	2	0,31	0,62	0,31
Cent.-izquierda	3	0,50	1,50	0,00
Centro	6	0,09	0,54	0,81
Ext. Derecha	7	0,04	0,28	0,64
			μ= 3,00	s^2= 2,00

PV_a= 25%

CV_a= 50%

Ya estamos en condiciones de responder a la pregunta que sirve de título a esta pregunta. ¿Se llevaban bien Pearson y Likert? Mi respuesta no es histórica, pues ambos trabajaron en ámbitos distintos y el segundo más contempráneo nuestro posiblemente conocería el casi por todos conocidos coeficiente de correlación. En cambio mi respuesta iba más encaminada al coeficiente de variación, en lugar del coeficiente de correlación y estaba dirigida a preguntarse si era bueno este coeficiente que Pearson ideó para medir la variación de los items que compone la escala de Likert.

Mi respuesta, como todos ustedes ya habrán deducido es que no. Ni la desviación típica ni el coeficiente de variación de Pearson son medidas útiles para medir las variabilidad en el caso de los items de la escala de Likert. La primera razón que podría aducirse es que se trata de una escala ordinal arbitraria. Pero eso nos llevaría a tomar como única medida de dispersión posible las derivadas de la dispersión modal o, si se estiran criterios de las procedentes del rango intercuartílico. Pero hay una segunda razón y es que la medida de variación para este tipo de escalas debería ser insensible a cambios lineales de la variables y se ha recordado en esta exposición que tanto la desviación típica como el coeficiente de variación son sensibles a estos cambio, frecuentes en la escalas, pues tanto podría ir del rango

–2 a +2; como del 1 al 5 o sus reversos en el caso de ítems invertidos. Por ello, abogo que para la medición de la variación de los items de las escalas de Likert se utilice a partir de este momento el coeficiente de variación acotado. Muchas gracias por su atención. Espero haberlos convencido y que a partir de ahora lo utilicen en sus trabajos.

BIBLIOGRAFIA

Atkinson, A.B. (1970) On the Measurement of Inequality, *Journal of Economic Theory* 2:244-263.

Blalock, H.M. (1991) *Understanding Social Inequality*, Newbury Park, Sage.

Bosch, A., C. Escribano e I. Sánchez (1989) *Evolución de la desigualdad y la pobreza en España. Estudio basado en las Encuestas de Presupuestos Familiares 1973-1974 y 1980-1981* Madrid: INE.

Bossert, W. y A. Pfingsten (1990) "Intermediate Inequality: Concepts, Indices, and Welfare Implications." *Mathematical Social Sciences*, 19: 117-134.

Cortés, F. y Rubalcaba, R.M. (1984) *Técnicas estadísticas para el estudio de la desigualdad social*", México: El Colegio de México.

Coulter, P.B. (1984) "Distinguishing Inequality and Concentration." *Political Methodology* 10: 323-335.

Esteban, J.M y D. Ray (1993) "El concepto de polarización y su medición." *I Simposio sobre Igualdad y Distribución de la Renta y Riqueza*. Madrid: Fundación Argentaria.

Jacobson, H.I. (1969) "The Maximum Variance of Restricted Unimodal Distributions", en Ann. Math. Statist., 10 1746-1752.

Johnson, N.L. y Rogers, C.A. (1951) "Inequalities on moments of unimodal distributions" en Ann. Math Statist., 22 433-439.

Leabo, D.A. (1976). Basic Statistics. Homewood: Irwin.

Kendall, M.G. y A. Stuart (1973) *The Advanced Theory of Statistics*, London: Griffin.

Kolm, S.C. (1976) "Unequal Inequalities I." *Journal of Economic Theory*. 12: 416-442.

Kolm, S.C. (1976) "Unequal Inequalities II." *Journal of Economic Theory*. 13: 82-111.

Kotz, S., Johnson, N.L. y Read, C.B. (1983) *Encyclopedia of Statistical Science*. 8 vols. New York: John Wiley.

Krippendorf, K. (1986) *Information Theory*, Newbury Park: Sage.

Mas, M, F. Pérez, E. Uriel y L. Serrano (1995) *Capital Humano. Series Históricas, 1964-1992*, Fundación Bancaja.

Ram, R. (1990) “Educational Expansion and Scholing Inequality: International Evidence and Some Implications.” *The Review of Economics and Statistics* 266-273.

Rayner, S.C.W. (1975) “Variance Bounds”, en *Indian Journal of Statistics*, 37 135-138.

Ruiz Castillo, J.(1993) “Distribución personal de la renta: medición empírica y juicios de valor.” *I Simposio sobre Igualdad y Distribución de la Renta y Riqueza*. Madrid: Fundación Argentaria.

Theil, H. (1967) *Economics and Information Theory*. Amsterdam: North Holland Publishing Co.

Waldman, L.K. (1976) “Measures of party systems’ properties: The number and sizes of parties.” *Political Methodology* 3: 199-214.

Weisberg, H.F. (1986) *Central Tendency and Variability*, Newbury Park: Sage